



แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียน

- คำชี้แจง** 1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
2. คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลาในการทำข้อสอบ 15 นาที
3. แต่ละข้อให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรหน้าคำตอบที่ถูกต้อง

1. กำหนดให้ $f(x) = 5x^3 - \frac{1}{x}$ แล้ว $f''(x)$ คือข้อใด

ก. $30x - \frac{2}{x^3}$

ข. $30x + \frac{2}{x^3}$

ค. $15x - \frac{2}{x^3}$

ง. $15x + \frac{2}{x^3}$

2. จงหา $f'''(2)$ เมื่อ $f(x) = 3x^2 - 2$ เท่ากับข้อใด

ก. 2

ข. 1

ค. 0

ง. -1

3. อนุพันธ์อันดับ 3 ของฟังก์ชัน $f(x) = x^{-5} + x^5$ คือข้อใด

ก. $-210x^{-8} - 60x^2$

ข. $210x^{-8} + 60x^2$

ค. $210x^{-8} - 60x^2$

ง. $-210x^{-8} + 60x^2$

4. กำหนดให้ $y = \frac{6}{x^4}$ จงหา $\frac{d^4y}{dx^4}$

ก. $5040x^{-8}$

ข. $-5040x^{-8}$

ค. $4200x^{-8}$

ง. $-720x^{-8}$

5. กำหนดให้ $y = (3x-1)^5$ ข้อใดคือ y''

ก. $15(3x-1)^3$

ข. $60(3x-1)^3$

ค. $180(3x-1)^4$

ง. $180(3x-1)^3$



6. กำหนดให้ $y = \sqrt{5t-1}$ ข้อใดคือ y'''

ก. $\frac{3\sqrt{(5t-1)^5}}{8}$

ข. $\frac{5\sqrt{5t-1}}{8}$

ค. $\frac{375\sqrt{(5t-1)^5}}{5}$

ง. $\frac{375\sqrt{(5t-1)^5}}{8}$

7. กำหนด $y = (x-3)^3(2x+1)$ แล้ว y'' เท่ากับข้อใด

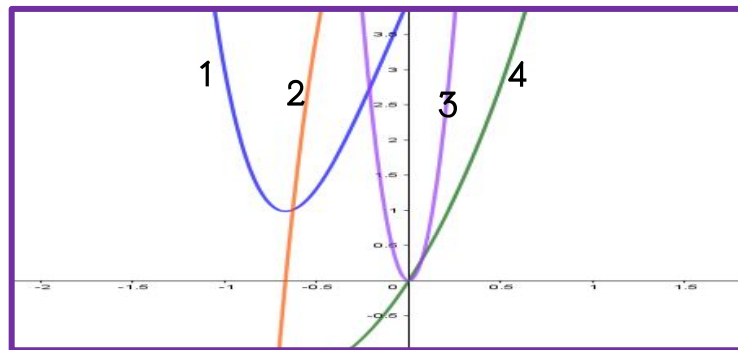
ก. $12(x-3)^2 + 12x^2 - 6x - 18$

ข. $12(x-3)^2 + 12x^2 - 12x - 12$

ค. $6(x-3)^2 + 12x^2 - 4x - 18$

ง. $6(x-3)^2 + 12x^2 - 6x - 18$

8. กราฟหมายเลขใดคือกราฟของ y''' เมื่อกำหนด $y = x^5 + 3x^2 + 4x$



ก. หมายเลข 1

ข. หมายเลข 2

ค. หมายเลข 3

ง. หมายเลข 4

9. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรง โดยมีสมการของการเคลื่อนที่เป็น $s = t^3 + 3t^2 - 9t - 4$ ข้อใดคือช่วงเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ไปทางซ้าย

ก. $0 < t \leq 1$

ข. $0 \leq t \leq 1$

ค. $0 \leq t < 1$

ง. $0 < t < 1$

10. วัตถุชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นตรง โดยที่สมการการเคลื่อนที่ คือ $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ เมื่อ s มีหน่วยเป็นเมตร และ t มีหน่วยเป็นวินาที ข้อใดคือ ความเร่งของวัตถุที่เวลา 3 วินาที

ก. 3 เมตร/วินาที²

ข. 6 เมตร/วินาที²

ค. 9 เมตร/วินาที²

ง. 12 เมตร/วินาที²



อนุพันธ์อันดับสูง

จุดประสงค์การเรียนรู้

- 1.1 บอกความหมายของอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชัน เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้
- 1.2 หาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้
- 1.3 นำความรู้เรื่องอนุพันธ์อันดับสูงไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้

สาระสำคัญ

ให้ f เป็นฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้และ $f'(x)$ เป็นอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x ซึ่งสามารถหาอนุพันธ์ได้ จะเรียกอนุพันธ์ของอนุพันธ์ฟังก์ชัน f และ x หรืออนุพันธ์ฟังก์ชัน f' ที่ x ว่าอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f ที่ x และเขียนแทนอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f' ที่ x ด้วย $f''(x)$

สาระการเรียนรู้

การหาอนุพันธ์คือการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน ซึ่งอาจเป็นค่าคงที่หรือมีการเปลี่ยนแปลงก็ได้ ถ้าหาอนุพันธ์ซ้ำอีกครั้งจากอัตราที่ว่ามี เราจะได้อัตราของอัตรา ซึ่งคือตัวเลขที่บอกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชันมีการเปลี่ยนแปลงอย่างไร (อัตราเพิ่มขึ้น หรืออัตราลดลง) อนุพันธ์อันดับสูงนิยมใช้แพร่หลายในวิชาฟิสิกส์เกี่ยวกับเรื่องการเคลื่อนที่แนวตรงซึ่งมีปริมาณ 3 อย่างที่เกี่ยวกับการเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุ เรียกว่า ระยะทาง อัตราเร็ว และอัตราเร่ง (ถ้าเป็นเวกเตอร์ก็เปลี่ยนเป็น การกระจัด ความเร็ว ความเร่ง) ด้วยความหมายทางฟิสิกส์ อัตราเร็วคือ “อัตราการเปลี่ยนแปลงของระยะทาง” และอัตราเร่งคือ “อัตราการเปลี่ยนแปลงของอัตราเร็ว” ในทางแคลคูลัสก็จะบอกว่า อนุพันธ์ของระยะทางได้อัตราเร็ว และนำอัตราเร็วมาหาอนุพันธ์อีกครั้งจะได้อัตราเร่ง และอัตราเร่งนี้แหละที่เราเรียกว่าอนุพันธ์อันดับสูง อัตราเร่งเรียกว่าเป็น “อนุพันธ์อันดับสอง” ของระยะทาง คือได้จากการหาอนุพันธ์ของระยะทางสองครั้ง ที่จริงเราสามารถหาอนุพันธ์อันดับสูงแค่ไหนก็ได้ ซึ่งทำได้โดยการหาอนุพันธ์ซ้ำลงในฟังก์ชันนั้นไปเรื่อยๆจนได้อันดับที่พอใจ

ผลของอนุพันธ์อันดับสูงที่เกี่ยวกับเราเวลานั่งรถยนต์ เพื่อจะช่วยให้เห็นภาพของอนุพันธ์อันดับสูงได้มากขึ้นขณะที่เรานั่งอยู่บนรถ ถ้าระยะทางคงที่แปลว่า “รถไม่ได้เคลื่อนไปไหน” แปลว่าอัตราเร็วเป็น 0

ถ้าเร่งด้วยอัตราเร็วคงที่ (อนุพันธ์อันดับหนึ่ง) แปลว่าคนขับไม่ได้เหยียบคันเร่ง แต่ปล่อยให้รถเคลื่อนไปด้วยความเฉื่อย เราก็จะนั่งหลังตรงสบายๆ ไม่ได้รู้สึกเคลื่อนไหว

ถ้าคนขับเริ่มเหยียบคันเร่ง แปลว่ารถเริ่มมีอัตราเร่ง (อนุพันธ์อันดับสอง) เราจะรู้สึกเหมือนมีอะไรมากดให้หลังติดกับเบาะนั่ง ขณะที่คนขับกำลังเร่งเครื่องอย่างสม่ำเสมอ เราจะโดนกดด้วยแรงคงที่ แต่ถ้าคนขับค่อยๆ เหยียบคันเร่งจนลึกลงไปเรื่อยๆ ขณะที่ค่อยๆ เหยียบคันเร่งให้รถแรงขึ้น เราก็จะโดนกดด้วยแรงมากขึ้นเรื่อยๆ แบบนี้เรียกว่ามีการเปลี่ยนแปลงความเร่ง

(อนุพันธ์อันดับสาม) หรือขณะที่เร่งอยู่ดีๆ แล้วมีสุนัขวิ่งตัดหน้ารถ คนขับก็เบรกกะทันหัน ก็มีการเปลี่ยนแปลงความเร่งอีกเหมือนกัน แต่ในทิศทางตรงข้าม

ในทำนองเดียวกัน ถ้านำ $f''(x)$ มาหาอนุพันธ์ต่อไปเรื่อย ๆ เราก็จะได้อนุพันธ์อันดับสาม อันดับสี่ต่อไปเรื่อย ๆ และเพื่อสรุปเป็นหมวดหมู่



ตัวอย่างที่ 1

วิธีทำ

กำหนดให้ $f(x) = x^3 - 2x$ จงหา $f''(x)$

จาก $f(x) = x^3 - 2x$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } f'(x) &= \frac{d}{dx}(x^3 - 2x) \\ &= 3x^2 - 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } f''(x) &= \frac{d}{dx}(3x^2 - 2) \\ &= 6x \end{aligned}$$

ดังนั้น $f''(x) = 6x$

หาอนุพันธ์ครั้งที่ 2

ตัวอย่างที่ 2

จงหาอนุพันธ์อันดับที่ 4 ของ $f(x) = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x$

วิธีทำ

จาก $f(x) = 4x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x$

จะได้ $f'(x) = 16x^3 - 9x^2 + 4x$

$$f''(x) = 48x^2 - 18x + 4$$

$$f'''(x) = 96x - 18$$

$$f^{(4)}(x) = 96$$

ตัวอย่างที่ 3

ถ้า $f(x) = \frac{1}{x}$ จงหา $f^{(n)}(x)$

วิธีทำ

จาก $f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}$

$$f'(x) = -x^{-2} = \frac{-1}{x^2}$$

$$f''(x) = (-2)(-1)x^{-3} = \frac{2}{x^3}$$

$$f'''(x) = -3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot x^{-4}$$

$$f^{(4)}(x) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot x^{-5}$$

$$f^{(5)}(x) = -5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot x^{-6} = -5!x^{-6}$$

⋮

$$f^{(n)}(x) = (-1)^n n(n-1)(n-2) \cdots 2 \cdot 1 \cdot x^{-(n+1)}$$

ดังนั้น $f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$

ตัวอย่างที่ 4

ให้ $f(x) = (x^3 + 1)^4$ จงหา $f''(1)$

วิธีทำ จาก $f(x) = (x^3 + 1)^4$

จะได้ $f'(x) = 4(x^3 + 1)^3 \frac{d}{dx}(x^3 + 1)$

$$= 12x^2(x^3 + 1)^3$$

ดังนั้น $f''(x) = 12x^2 \frac{d}{dx}(x^3 + 1)^3 + (x^3 + 1)^3 \frac{d}{dx} 12x^2$

$$= (12x^2)3(x^3 + 1)^2(3x^2) + 24x(x^3 + 1)^3$$

ตัวอย่างที่ 5

$$\begin{aligned}
 &= 180x^4(x^3+1)^2 + 24x(x^3+1)^3 \\
 \text{ดังนั้น } f''(1) &= 180(1)^4((1)^3+1)^2 + 24(1)((1)^3+1)^3 \\
 &= 180(1)(4) + 24(1)(8) \\
 &= 624
 \end{aligned}$$

ในเรื่องของอัตราการเปลี่ยนแปลงของ $y = f(x)$ จะเห็นว่าอนุพันธ์ของฟังก์ชัน f ที่ x คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x ขณะ x ใด ๆ ดังนั้น อนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ f ที่ x คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน f' ที่ x ใด ๆ ตัวอย่างของการนำอนุพันธ์อันดับที่ 2 ไปใช้ในทางกายภาพได้แก่ ความเร่ง (acceleration)

เนื่องจากความเร่ง (a) ของวัตถุขณะเวลา t ใด ๆ คือ อัตราการเปลี่ยนแปลงของ ความเร็ว (v) เทียบกับเวลา t ใด ๆ ถ้าวัตถุเคลื่อนที่ตามสมการการเคลื่อนที่ $s = f(t)$ เมื่อ s คือ ระยะทางที่วัตถุเคลื่อนที่ได้ในเวลา t

$$\text{จะได้ } a = \frac{dv}{dt} \text{ และ } v = \frac{ds}{dt}$$

$$\text{ดังนั้น } a = \frac{d}{dt} \left(\frac{ds}{dt} \right) = \frac{d^2s}{dt^2}$$

นั่นคือ ความเร่งขณะเวลา t ใด ๆ ก็คืออนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ $s = f(t)$

เรามาดูตัวอย่างต่อกันเลย



เมื่อเวลา t วินาที วัตถุเคลื่อนที่ได้ระยะทาง $s = 4t^3 + 2t^2 - 3t$ เมตร

จงหา 1) ความเร็วของวัตถุขณะเวลา t ใด ๆ

2) ความเร่งของวัตถุขณะเวลา t ใด ๆ

3) ความเร่งของวัตถุขณะเวลา $t = 3$ วินาที

วิธีทำ 1) จาก $s = 4t^3 + 2t^2 - 3t$

$$\text{จะได้ } v = \frac{d}{dt} (4t^3 + 2t^2 - 3t) = 12t^2 + 4t - 3$$



2)

แบบฝึกทักษะที่ 1

$4t - 3$ เมตร / วินาที

จุดประสงค์การเรียนรู้

$$a = \frac{d}{dt}(12t^2 + 4t - 3) = 24t + 4$$

ความเร่งขณะเวลา t ใด ๆ เท่ากับ $24t + 4$ เมตร / วินาที²

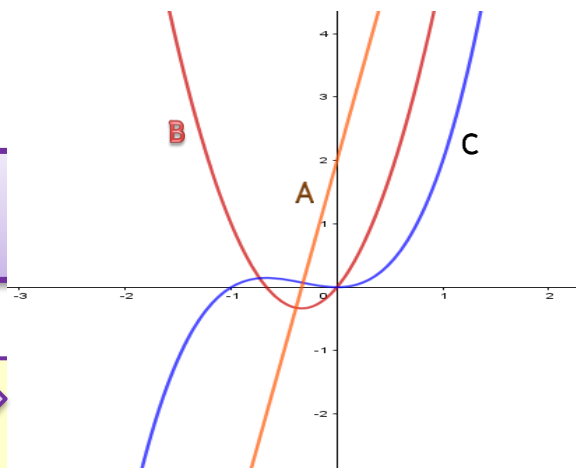
3) จาก 2) จะได้ความเร่งขณะเวลา $t = 3$ วินาที

$$\text{เท่ากับ } 24(3) + 4 = 76 \text{ เมตร / วินาที}^2$$

หมายเหตุ

ถ้าความเร่งเป็นจำนวนบวก แสดงว่า เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น ความเร็วจะเพิ่มขึ้น
แต่ถ้าความเร่งเป็นจำนวนลบ แสดงว่า เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น ความเร็วจะลดลง

กราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้แสดง f, f' และ f''



ตัวอย่างที่ 6

จะได้ว่า กราฟ C คือ f , กราฟ B คือ f' และ กราฟ A คือ f''

1. บอกความหมายของอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชัน เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้

2. หาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้

3. นำความรู้ที่

แบบฝึกทักษะที่ 2

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบในแต่ละข้อ

จุดประสงค์การเรียนรู้

จงหาอนุพันธ์อันดับ 2 ของฟังก์ชันต่อไปนี้

(ข้อละ 2.5 คะแนน)

1. $f(x) = 5x^2 - 4x + 2$ 	2. $f(x) = 5 + 2x + 4x^3 - 3x^5$
3. $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ 	4. $f(x) = (2x^3 - 1)^{\frac{1}{3}}$

- บอกความหมายของอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชัน เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้
- หาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้



3. นำความรู้เรื่อง

แบบฝึกทักษะที่ 3

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบในแต่ละข้อ

1. จุดประสงค์การเรียนรู้ $+x$ จงหาอนุพันธ์อันดับที่ 3 ของฟังก์ชัน (3 คะแนน)

.....

.....

.....

2. จงหา $f'''(2)$ เมื่อ $f(x) = x^4 - 3x^3 + 16x$ (3 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ให้ $f(x) = (2-3x)^{-\frac{1}{2}}$ จงหา $f(0)$, $f'(0)$, $f''(0)$ และ $f'''(0)$ (4 คะแนน)

.....

.....

.....

.....

.....

1. บอกความหมายของอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชัน เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้
2. หาอนุพันธ์อันดับที่ n ของฟังก์ชันที่กำหนดให้ เมื่อ $n \in I$ และ $n > 1$ ได้
3. นำความรู้เรื่องอนุพันธ์อันดับสูงไปใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ได้



คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบในแต่ละข้อจากสถานการณ์ดังนี้ (10 คะแนน)

ปกติแล้วปานเทพจะเล่นฟุตบอลเป็นประจำ วันหนึ่งลูกบอลติดอยู่บนต้นไม้ปานเทพจึงได้ปีนขึ้นไปบนต้นไม้เพื่อเก็บลูกบอลแล้วปล่อยลูกบอลลงมาจากต้นไม้ ซึ่งลูกบอลเคลื่อนที่ได้

ระยะทาง $s = t^3 - 3t$ เมตร ในเวลา t วินาที จงหา

- 1) ระยะทางที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้หลังจากปล่อยไป 2 วินาที
- 2) ความเร็วขณะ 2 วินาที
- 3) ความเร่งขณะเวลา t ใด ๆ
- 4) ความเร่งขณะเวลา 4 วินาที

[illegible]

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน

1. อนุพันธ์

- คำชี้แจง** 1. ข้อสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
 2. คะแนนเต็ม 10 คะแนน เวลาในการทำข้อสอบ 15 นาที
 3. ในแต่ละข้อให้นักเรียนทำเครื่องหมาย X ทับตัวอักษรหน้าคำตอบที่

ค. $15x - \frac{2}{x^3}$

ง. $15x + \frac{2}{x^3}$

3. จงหา $f'''(2)$ เมื่อ $f(x) = 3x^2 - 2$ เท่ากับข้อใด

ก. 2

ข. 1

ค. 0

ง. -1

4. กำหนดให้ $y = (3x-1)^5$ ข้อใดคือ y''

ก. $15(3x-1)^3$

ข. $60(3x-1)^3$

ค. $180(3x-1)^4$

ง. $180(3x-1)^3$

5. กำหนดให้ $y = \frac{6}{x^4}$ จงหา $\frac{d^4y}{dx^4}$

ก. $5040x^{-8}$

ข. $-5040x^{-8}$

ค. $4200x^{-8}$

ง. $-720x^{-8}$

6. กำหนด $y = (x-3)^3(2x+1)$ แล้ว y'' เท่ากับข้อใด

ก. $12(x-3)^2 + 12x^2 - 6x - 18$

ข. $12(x-3)^2 + 12x^2 - 12x - 12$

ค. $6(x-3)^2 + 12x^2 - 4x - 18$

ง. $6(x-3)^2 + 12x^2 - 6x - 18$

7. กำหนดให้ $y = \sqrt{5t-1}$ ข้อใดคือ y'''

ก. $\frac{3\sqrt{(5t-1)^5}}{8}$

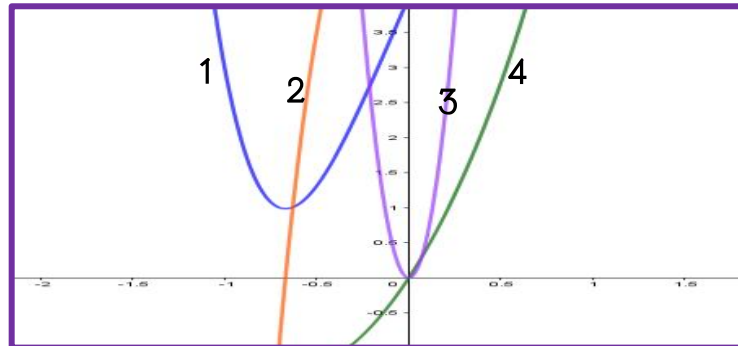
ข. $\frac{5\sqrt{5t-1}}{8}$

ค. $\frac{375\sqrt{(5t-1)^5}}{5}$

ง. $\frac{375\sqrt{(5t-1)^5}}{8}$

เฉลยแบบฝึกหัดทักษะที่ 1

8. กราฟ



ก. หมายเลข 1

ข. หมายเลข 2

ค. หมายเลข 3

ง. หมายเลข 4

9. วัตถุชนิดหนึ่งเคลื่อนที่ไปตามแนวเส้นตรง โดยที่สมการการเคลื่อนที่ คือ $s = t^3 - 6t^2 + 9t$ เมื่อ s มีหน่วยเป็นเมตร และ t มีหน่วยเป็นวินาที ข้อใดคือ ความเร่งของวัตถุที่เวลา 3 วินาที

ก. 3 เมตร/วินาที²

ข. 6 เมตร/วินาที²

ค. 9 เมตร/วินาที²

ง. 12 เมตร/วินาที²

10. วัตถุชิ้นหนึ่งเคลื่อนที่เป็นแนวเส้นตรง โดยมีสมการของการเคลื่อนที่เป็น $s = t^3 + 3t^2 - 9t - 4$ ข้อใดคือช่วงเวลาที่วัตถุเคลื่อนที่ไปทางซ้าย

ก. $0 < t \leq 1$

ข. $0 \leq t \leq 1$

ค. $0 \leq t < 1$

ง. $0 < t < 1$

1. $f(x) = 5x^2 - 4x + 2$ วิธีทำ จาก $f(x) = 5x^2 - 4x + 2$ จะได้ $f'(x) = 10x - 4$ ดังนั้น $f''(x) = 10$	2. $f(x) = 5 + 2x + 4x^3 - 3x^5$ วิธีทำ จาก $f(x) = 5 + 2x + 4x^3 - 3x^5$ จะได้ $f'(x) = 2 + 12x^2 - 15x^4$ ดังนั้น $f''(x) = 24x - 60x^3$
---	--

3. $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$ วิธีทำ จาก $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{\frac{1}{2}} - x^{-\frac{1}{2}}$ จะได้ $f'(x) = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$ ดังนั้น $f''(x) = -\frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}} - \frac{3}{4}x^{-\frac{5}{2}}$	4. $f(x) = (2x^3 - 1)^{\frac{1}{3}}$ วิธีทำ จาก $f(x) = (2x^3 - 1)^{\frac{1}{3}}$ จะได้ $f'(x) = \frac{1}{3}(2x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}}(6x^2)$ $= 2x^2(2x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}}$ ดังนั้น $f''(x) = 2x^2 \frac{d}{dx}(2x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}} + (2x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}} \frac{d}{dx} 2x^2$ $= 2x^2 \left[-\frac{2}{3}(2x^3 - 1)^{-\frac{5}{3}}(6x^2) \right] + (2x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}}(4x)$ $= 2x^2 \left[-4x^2(2x^3 - 1)^{-\frac{5}{3}} \right] + (2x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}}(4x)$ $= -8x^4(2x^3 - 1)^{-\frac{5}{3}} + 4x(2x^3 - 1)^{-\frac{2}{3}}$
---	---

1. จาก $f(x) = 3x^{-2} + 4x^{-1} + x$

$f'(x) = -6x^{-3} - 4x^{-2} + 1$

$f''(x) = 18x^{-4} + 8x^{-3}$

$f'''(x) = -72x^{-5} - 24x^{-4}$

2. จาก $f(x) = x^4 - 3x^3 + 16x$ จะหา $f'''(2)$

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 3

$$f'''(x) = 24x - 18$$

ดังนั้น $f'''(2) = 24(2) - 18 = 30$

3. จาก $f(x) = (2-3x)^{-\frac{1}{2}}$ จะหา $f(0)$, $f'(0)$, $f''(0)$ และ $f'''(0)$

จะได้ $f(0) = (2-3(0))^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

และ $f'(x) = -\frac{1}{2}(2-3x)^{-\frac{3}{2}}(-3) = \frac{3}{2}(2-3x)^{-\frac{3}{2}}$

ดังนั้น $f'(0) = \frac{3}{2}(2-3(0))^{-\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^3}} = \frac{3\sqrt{2^3}}{2}$

จาก $f'(x) = \frac{3}{2}(2-3x)^{-\frac{3}{2}}$

จะได้ $f''(x) = -\frac{9}{4}(2-3x)^{-\frac{5}{2}}(-3) = \frac{27}{4}(2-3x)^{-\frac{5}{2}}$

ดังนั้น $f''(0) = \frac{27}{4}(2-3(0))^{-\frac{5}{2}} = \frac{27}{4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^5}} = \frac{27\sqrt{2^5}}{4}$

จาก $f''(x) = \frac{27}{4}(2-3x)^{-\frac{5}{2}}$

จะได้ $f'''(x) = -\frac{135}{8}(2-3x)^{-\frac{7}{2}}(-3) = \frac{405}{8}(2-3x)^{-\frac{7}{2}}$

ดังนั้น $f'''(0) = \frac{405}{8}(2-3(0))^{-\frac{7}{2}} = \frac{405}{8} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^7}} = \frac{405\sqrt{2^7}}{8}$

จาก $s = t^3 - 3t$ เมตร

1) ระยะทางที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้หลังจากปล่อยไป 2 วินาที

ให้ $s(t) = t^3 - 3t$

จะได้ $s(2) = (2)^3 - 3(2) = 2$ เมตร

2) ความเร็วขณะ 2 วินาที

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ก่อนเรียน

ดังนั้น $v(t) = 3(2)^2 - 3 = 9$ เมตร/วินาที

3) ความเร่งขณะเวลา t ใด ๆ

จาก $v(t) = 3t^2 - 3$

จะได้ $v'(t) = 6t = a(t)$

4) ความเร่งขณะเวลา 4 วินาที

จาก $a(t) = 6t$

ดังนั้น $a(4) = 6(4) = 24$ เมตร/วินาที²

ข้อที่	คำตอบ
1	ก
2	ค
3	ง



4	ก
5	ง

แบบบันทึกคะแนนแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์

8	ค
9	ค
10	ข

ข้อที่	คำตอบ
1	ง
2	ก
3	ค

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์หลังเรียน

6	ก
7	ง
8	ค
9	ข
10	ค

ชื่อ – สกุล ชั้น เลขที่.....

แบบทดสอบ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
----------	-----------	-------------	----------

ก่อนเรียน	10		
หลังเรียน	10		
การพัฒนา			

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	หมายเหตุ
แบบฝึกทักษะที่ 1	10		
แบบฝึกทักษะที่ 2	10		
แบบบันทึกคะแนนแบบฝึกทักษะ			
แบบฝึกทักษะที่ 3	10		

ลงชื่อ

ผู้บันทึก

(.....)

บรรณานุกรม

กมล เอกไทยเจริญ.(2557). เทคนิคการทำโจทย์ข้อสอบคณิตศาสตร์ ม.6 เทอม 2 (พื้นฐาน & เพิ่มเติม) DO MATH SERIES 6. กรุงเทพฯ : ไฮเอดพลับพลึง.

ณรงค์ ปิ่นนิมและคณะ.(2537). คู่มือเตรียมสอบ คณิตศาสตร์ รวม ม.4-5-6 . กรุงเทพฯ : ภูมิบัณฑิตการพิมพ์ จำกัด.

ดำรง ทิพย์โยธาและคณะ.(2558). แคลคูลัส 1. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์

มหาวิทยาลัย.

ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา.(2555).คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ภาคเรียนที่ 2.

กรุงเทพฯ :แม็คเอดดูเคชั่น จำกัด.

ฝ่ายวิชาการ. (2554).แบบฝึกหัดเชิงกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ดอกหญ้าวิชาการ.

ศุภกิจ เฉลิวิสุตม์กุล.(2550).เทคนิคคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เล่ม 2.

กรุงเทพฯ: แม็คเอดดูเคชั่น จำกัด.

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี,สถาบัน. (2554). หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพฯ :

โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

_____. (2554). คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 6 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 – 6
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน
พุทธศักราช 2551.กรุงเทพฯ : โรงพิมพ์ สกสค. ลาดพร้าว.

_____. (2557). หนังสือเรียนรู้เพิ่มเติมเพื่อเสริมศักยภาพคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่
4 – 6 เรื่อง แคลคูลัสเบื้องต้น. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ พว.

Ayres, Frank. Schaum' s outline of theory and problems of differential and

integral calculus, 3rd ed. USA: The McGraw–Hill Companies, Inc ; 1990.

Mendelson, Elliott. Schaum' s outline of theory and problems of beginning

calculus, 2nd ed. USA: The McGraw–Hill Companies, Inc ; 1997.

Stewart,james. Calculus, 3rd ed.,USA: Brooks/Cole; 1995.